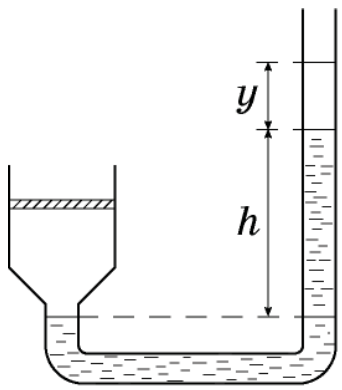
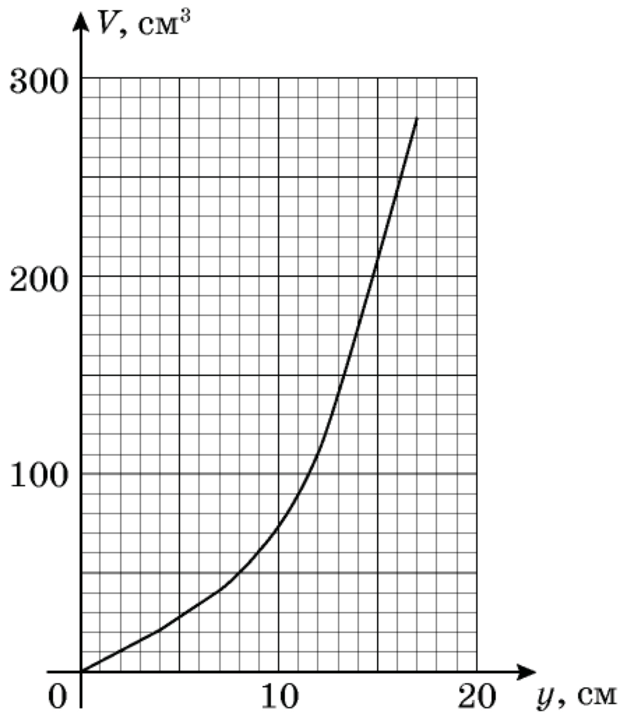
9 класс

Задача 1. Безопасная дистанция. По прямому участку дороги с одинаковой скоростью v друг за другом едут две машины, одна из которых при торможении может двигаться с предельным ускорением a_1, а другая с a_2. Если с постоянным ускорение до полной остановки начинает тормозить водитель передней машины, то водитель задней реагирует и нажимает на педаль тормоза не сразу, а с задержкой $\tau = 0{,}3$ с. В зависимости от того, какая из машин едет впереди, безопасные дистанции, исключающие столкновение между ними, оказываются равными $L_1 = 6$ м или $L_2 = 9$ м. Определите, с какой скоростью едут машины. Оцените разность ускорений Δa машин, если известно, что сами ускорения примерно равны 5 м/с^2.

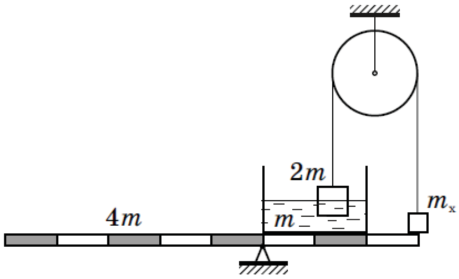
Задача 2. **Масса поршня.** Цилиндрический сосуд с поршнем соединен коническим переходником с трубкой постоянного сечения. Разность уровней воды в правом и левом колене $h = 20$ см. В трубку медленно наливают воду, измеряя объём V добавленной воды и подъём уровня y в правом колене. С помощью графика зависимости V от y найдите массу поршня и объём конической части сосуда. Трение между поршнем и цилиндром не учитывайте. Плотность воды $\rho = 1{,}0$ г/см^3, $g = 10$ м/с^2.



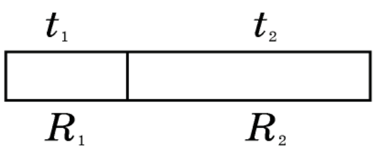


18 января, на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале http://abitu.net/vseros

Задача 3. Жидкое равновесие. Прямоугольный легкий сосуд с жидкостью массой m помещен на однородный рычаг массой $4m$. В жидкость опущено тело массой $2m$ (с плотностью меньшей, чем плотность жидкости), удерживаемое нитью, перекинутой через блок (см. рисунок). Какой массы m_x груз необходимо прикрепить к противоположному концу нити и разместить на краю рычага, чтобы система осталась в равновесии? Трения в осях рычага и блока нет. Необходимые расстояния можно взять из рисунка.



Задача 4. **Электротермодинамика.** Два цилиндрических проводника разной длины, но одинакового диаметра, изготовлены из меди. Их сопротивления и температуры (в градусах Цельсия) соответственно равны: R_1, R_2, t_1, t_2. Проводники соединяют плоскими гранями. Каким окажется сопротивление составного проводника после того, как температуры его частей выровняются? Теплообменом с окружающей средой и тепловым расширением меди пренебречь.

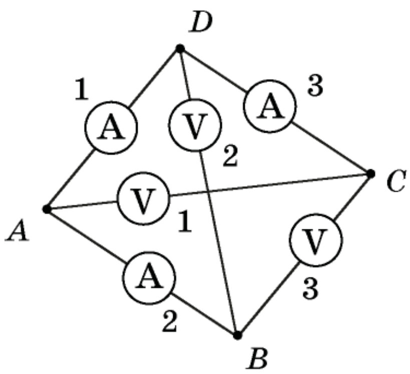


Примечание: сопротивление проводника при температуре t равно: $R = R_0\left(1+\beta\left(t-t_0\right)\right)$, где R_0 – сопротивление проводника при t_0 = 0 ^{0}C; β – температурный коэффициент сопротивления, причём $\beta t \ll 1$.

Задача 5. **Электрический тетраэдр.** В ребра тетраэдра $ABCD$ включены три амперметра с внутренним сопротивлением R_A = 0,1 Ом и три вольтметра с внутренним сопротивлением R_V = 10 кОм. Определите показания всех приборов при подключении источника с напряжением U_0 = 1,5 В.

а) к точкам A и D;

б) к точкам B и C.



18 января, на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале http://abitu.net/vseros

9.1. Безопасная дистанция

Возможное решение

Безопасное расстояние между машинами складывается из разности тормозных путей до полной остановки и длины участка на котором задний автомобиль движется с постоянной скоростью до начала торможения. $L_1 = \upsilon\tau + \dfrac{\upsilon^2}{2a_1} - \dfrac{\upsilon^2}{2a_2}$; $L_2 = \upsilon\tau + \dfrac{\upsilon^2}{2a_2} - \dfrac{\upsilon^2}{2a_1}$, откуда

$\upsilon = \dfrac{L_1 + L_2}{2\tau} = 25$ м/с. $\dfrac{\Delta a}{a_1 a_2} = \dfrac{L_2 - L_1}{\upsilon^2}$, откуда $\Delta a \approx 0{,}12$ м/с^2.

9.2. Масса поршня.

Возможное решение

Условие равновесия поршня: $pS = Mg + p_oS$.

Давление воздуха в сосуде $p = p_o + \rho gh$ (равновесие столба воды).

Отсюда $M = \rho hS$.

Однако ни сечение поршня, ни сечение трубки не даны.

Обратимся к связи объёма налитой воды и подъёма уровня.

Поскольку давление воздуха в сосуде постоянно, то остаётся постоянной разность уровней воды справа и слева, а именно она равна h, и поэтому оба эти уровня поднимаются на y.

Пока вода не попала в сосуд $V = 2sy$, где s сечение трубки.

Этому отвечает начальная линейная часть графика, по её наклону находится сечение трубки $s = (1/2)(\Delta V/\Delta y)_{нач} = 2{,}5$ см^2.

Искривлённая часть графика отвечает заполнению конической части сосуда. Когда вода дойдёт до цилиндрической части, то приращение объёма будет $\Delta V = S\Delta y + s\Delta y$. Это отвечает конечной линейной части графика, из её наклона находим $S + s = (\Delta V/\Delta y)_{кон} = 35$ см^2, а $S = 32{,}5$ см^2.

Тогда $M = \rho hS = 650$ г.

Объём конической части сосуда $V_x = \Delta V - s\Delta y$, где $\Delta V = 120$ см^3 и $\Delta y = 9$ см для искривлённого участка графика, тогда $V_x = 98$ см^3.

9.3. Жидкое равновесие

Возможное решение

Сила давления на дно сосуда F распределена равномерно по всей площади и не зависит от места погружения в жидкость тела $2m$. При этом, $F = mg + F_а$, где $F_а$ − сила, противодействующая силе Архимеда, действующей на тело $2m$.

Из условия равновесия тела $2m$: $T + F_а = 2mg$, где T − сила натяжения нити.

Из условия равновесия груза m_x: $T + N = m_x g$, где N − сила реакции опоры.

Правило моментов для рычага относительно точки опоры имеет вид: $4mgl = Fl + N3l$.

Неизвестных больше чем уравнений и без введения дополнительных условий систему решить невозможно.

Предположим, что груз m_x − очень легкий, тогда рычаг начнет перевешивать, его правая часть пойдет вверх и нить провиснет ($T = 0$). Решая систему уравнений, получим нижнюю границу значений масс $m_x = m/3$.

В случае если m_x велико, правая часть рычага начинает движение вниз, тело $2m$ перестает действовать на воду. Сила Архимеда обращается в ноль. Тогда решение системы дает $m_x = 3m$.

Следовательно, система в равновесии, если масса тела m_x лежит в диапазоне $m/3 < m_x < 3m$.

9.4. **Электротермодинамика**

Возможное решение. Сопротивление R_i цилиндров пропорционально их длине, как и их теплоемкость C_i. Следовательно,

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{R_{0,1}}{R_{0,2}}. \qquad (1)$$

Запишем уравнение теплового баланса: $C_1 t_1 + C_2 t_2 = \left(C_1 + C_2\right) t$.

Из него, с учётом (1) получим: $t = \dfrac{C_1 t_1 + C_2 t_2}{C_1 + C_2} = \dfrac{R_{0,1} t_1 + R_{0,2} t_2}{R_{0,1} + R_{0,2}}$.

Изменение температуры первого цилиндра

$$\Delta t_1 = t - t_1 = \frac{R_{0,2}\left(t_2 - t_1\right)}{R_{0,1} + R_{0,2}}; \qquad \Delta t_2 = t - t_2 = \frac{R_{0,1}\left(t_1 - t_2\right)}{R_{0,1} + R_{0,2}}.$$

Изменение сопротивления первого цилиндра

$$\Delta R_1 = R_{0,1}\beta\Delta t_1 = \beta\left(t_2 - t_1\right)\frac{R_{0,1}R_{0,2}}{R_{0,1} + R_{0,2}}.$$

Изменение сопротивления второго цилиндра

$$\Delta R_2 = R_{0,2}\beta\Delta t_2 = \beta\left(t_1 - t_2\right)\frac{R_{0,1}R_{0,2}}{R_{0,1} + R_{0,2}}.$$

Изменение сопротивления составного цилиндра $\Delta R = \Delta R_1 + \Delta R_2 = 0$.

Следовательно, сопротивление составного цилиндра при нагреве не изменится и будет равно $R = R_1 + R_2$.

Примечание: Строго говоря, если $R = R_0\left(1 + \beta\left(t - t_0\right)\right)$, то требование $\beta t \ll 1$ избыточно.

9.5. **Электрический тетраэдр**

Возможное решение

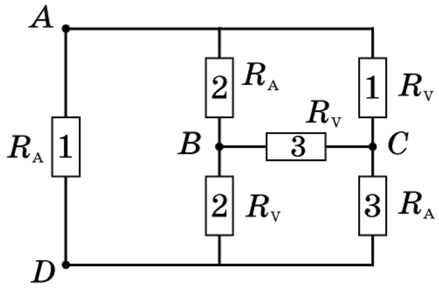


Рис. 1

Вопрос (а). На рис. 1 приведена эквивалентная схема цепи для случая (а). Сила тока, текущего через амперметр, подключенный к точкам *A* и *D*, равна $I_{AD} = U_0 / R_A = 15$ А. Заметим, что $R_A \ll R_V$. Поэтому при расчёте силы токов, текущих через вольтметры, сопротивлением амперметров можно пренебречь. Поскольку

$$U_{AC} \approx U_0,\ U_{BC} \approx U_0,\ U_{BD} \approx U_0 = 1{,}5\ \text{В},$$

можно считать $I_{AC} \approx U_0 / R_B = 1{,}5 \cdot 10^{-4}$ А, $I_{BC} \approx U_0 / R_B = 1{,}5 \cdot 10^{-4}$ А, и $I_{BD} \approx U_0 / R_B = 1{,}5 \cdot 10^{-4}$ А. $I_{AB} = I_{BC} + I_{BD} = 3{,}0 \cdot 10^{-4}$ А. Аналогично, $I_{CD} = I_{BC} + I_{AC} = 3{,}0 \cdot 10^{-4}$ А.

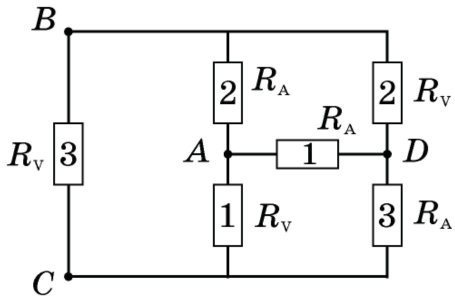


Рис. 2

Вопрос (б). На рис. 2 приведена эквивалентная схема цепи для случая (б). Напряжение на вольтметре, подключенном к точкам *B* и *C*, равно $U_{BC} = U_0 = 1{,}5$ В. Сила тока, текущего через амперметры $I_{BA} = I_{AD} = I_{DC} = U_0 / \left(3R_A\right) = 5{,}0$ А.

Напряжение $U_{BD} = U_{BA} + U_{AD} = 2R_A I_{BA} = 1{,}0$ В.

Аналогично, $U_{AC} = U_{AD} + U_{DC} = 2R_A I_{DC} = 1{,}0$ В.

9 класс

Критерии оценивания

Задача 1. Безопасная дистанция.

1.	Выражение для длины участка, на котором задний автомобиль движется с постоянной скоростью до начала торможения	1 балл
2.	Найдены тормозные пути машин до полной остановки	2 балла
3.	Получены выражения для безопасных расстояний	2 балла
4.	Получена формула и найдено численное значение скорости	2 балла
5.	Сделана оценка разности ускорений	3 балла

Задача 2. Масса поршня.

1.	Условие равновесия поршня ($pS = Mg + p_oS$)	1 балл
2.	Давление воздуха в сосуде ($p = p_o + \rho gh$)	1 балл
3.	Выражение для массы поршня ($M = \rho hS$)	1 балл
4.	Постоянство разности уровней и равенство их изменений (0,5 + 0,5)	1 балл
5.	Связь объёма и y для начального участка ($V = 2sy$)	0,5 балла
6.	Анализ начального участка графика и нахождение сечения трубки (s=(1/2)$(\Delta V/\Delta y)_{\text{нач}}$ = 2см^2)	1 балл
7.	Связь объёма и y для конечного участка ($\Delta V = S\Delta y + s\Delta y$)	0,5 балла
8.	Анализ конечного участка графика и нахождение сечения поршня ($S + s = (\Delta V/\Delta y)_{\text{кон}}$ = 27,2 см^2, а S = 25,2 см^2)	1 балл
9.	Нахождение массы поршня ($M = \rho hS$ = 504 г)	1 балл
10.	Нахождение объёма конической части ($V_x = \Delta V - s\Delta y$ = 50 см^3)	2 балла

Задача 3. Жидкое равновесие

1.	Учет равномерного распределения силы давления по дну сосуда	1 балл
2.	Условие равновесия тела $2m$	1 балл
3.	Условие равновесия тела m_x	1 балл
4.	Правило моментов для рычага	2 балла
5.	Обосновано и найдено минимальное значение m_x	2 балла
6.	Обосновано и найдено максимальное значение m_x	2 балла
7.	Явно указан диапазон допустимых масс m_x	1 балл

Задача 4. Электротермодинамика.

1.	Отмечено соотношение (1)	2 балла
2.	Найдена установившаяся температура	2 балла
3.	Найдены Δt_1 и Δt_2	2 балла
4.	Найдены ΔR_1 и ΔR_2	2 балла
5.	Показано, что $\Delta R = 0$, т.е. $R = R_1 + R_2$.	2 балла

Задача 5. **Электрический тетраэдр.**

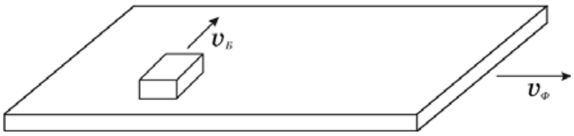
Ответ на вопрос (а)

1.	Идея пренебречь сопротивлением амперметров на участках *AB* и *CD*	1 балл
2.	Установлено, что при этом все вольтметры подключены параллельно	1 балл
3.	Получен верный ответ для показаний амперметра *AD* и всех вольтметров	1 балл
4.	Идея определения силы токов через амперметры *AB* и *CD* через первое правило Кирхгофа	1 балл
5.	Получен верный ответ для силы тока через амперметры *AB* и *CD*	2 балла

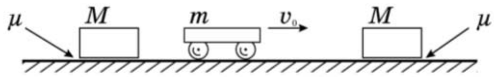
Ответ на вопрос (б)

1.	Идея исключить вольтметры *BD* и *AC* на начальном этапе решения	1 балл
2.	Получен верный ответ для показаний амперметров с использованием п.1 и показания вольтметра *BC*	1 балл
3.	Идея определения показаний вольтметров *BD* и *AC* через сумму напряжений на амперметрах	1 балл
4.	Получен верный ответ для показаний вольтметров *BD* и *AC*	1 балл

10 класс



Задача 1. Просто трение. На гладкой горизонтальной поверхности льда лежит лист фанеры, на котором находится стальной брусок. Одновременно листу фанере и бруску сообщают скорости υ и $\sqrt{3}\upsilon$ относительно льда, причём их направления взаимно перпендикулярны. В процессе дальнейшего движения, из-за наличия трения, скорости бруска и доски изменяются. Определите минимальные скорости фанеры и бруска (относительно льда) в процессе их движения. Масса бруска равна массе фанеры.



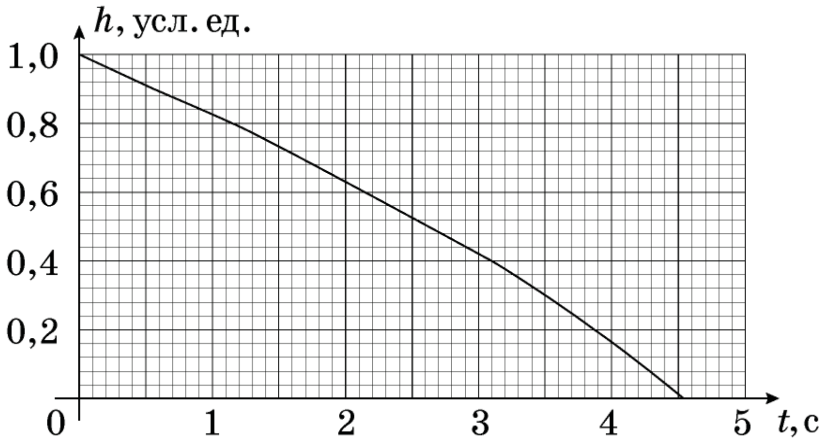
Задача 2. Расталкивание. На горизонтальной поверхности покоятся два бруска массой M каждый. Между брусками помещают тележку массой m ($m = M/3$) и сообщают ей начальную скорость υ_0. Найдите, насколько сдвинутся бруски в результате абсолютно упругих столкновений с тележкой, если за время между столкновениями они успевают останавливаться. Время соударения тележки с брусками бесконечно мало. Коэффициенты трения между брусками и полом равен μ. Ускорение свободного падения g.

Задача 3. Из глубин... Со дна глубокого озера всплывает пузырёк воздуха. На него действует сила сопротивления $F = kr\upsilon$, где r – радиус пузырька, υ – его скорость, k - постоянная. Вблизи дна радиус пузырька $r_0 = 1{,}0$ мм. На рис. 1 представлен график зависимости глубины h на которой находится пузырёк, от времени t, прошедшего от начала его движения.

1) Какова глубина озера?

2) За какое время τ_1 всплывёт пузырёк, радиус которого у дна водоёма равен $r_1 = 0{,}5$ мм?

3) За какое время τ_2 пузырёк, радиус которого у дна водоёма равен $r_0 = 1{,}0$ мм, всплывёт со дна водоёма глубиной $H = 10$ м?

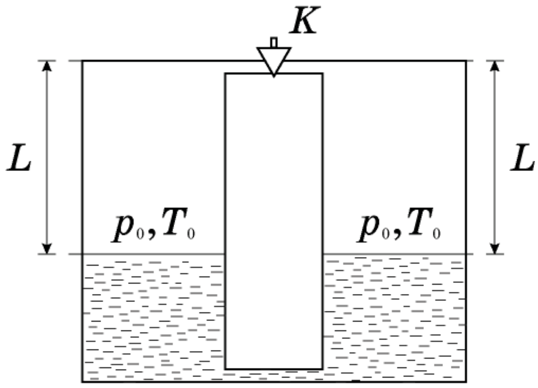


18 января, на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале http://abitu.net/vseros

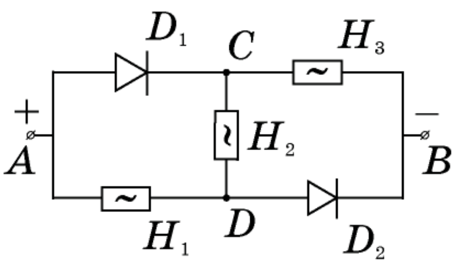
Примечание 1. Давление водяных паров в пузырьке, поверхностное натяжение воды, изменение формы пузырька и изменение температуры воздуха в пузырьке не учитывайте.

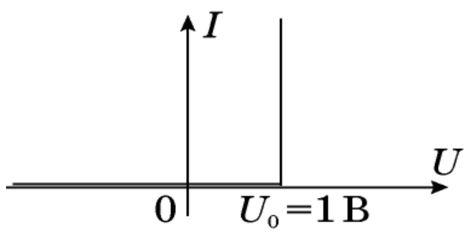
Примечание 2. Плотность воды $\rho = 1,0 \cdot 10^3$ кг/м^3, атмосферное давление $p_0 = 1,0 \cdot 10^5$ Па, $g = 10$ м / с^2, объем пузырька $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Задача 4. Частичный нагрев. Два одинаковых вертикальных цилиндра соединены сверху и снизу трубками пренебрежимо малого объёма. В верхней трубке имеется кран *K*, который исходно открыт. В цилиндры налита жидкость плотности ρ. Оставшийся объём цилиндров высоты L заполнен газом с давлением p_0 и комнатной температурой T_0. При неизменной температуре газа в левом цилиндре газ в правом нагрели до температуры T и закрыли вентиль. Нагреватель отключили. Когда воздух в правом цилиндре остыл до комнатной температуры, разность уровней жидкости в цилиндрах стала $2h$. Найдите температуру T, если в левом цилиндре температура газа всё время оставалась комнатной. Ускорение свободного падения g.



Задача 5. Нелинейная электрическая цепь. Электрическая цепь (верхний рисунок) состоит из двух одинаковых диодов (D_1 и D_2), трёх одинаковых нелинейных элементов (H_1, H_2 и H_3) и батарейки, поддерживающей постоянное напряжение $U_{AB} = 5,0$ В. Идеализированная вольтамперная характеристика диода приведена на нижнем рисунке. Сила тока, протекающего через нелинейный элемент, может быть определена по формуле: $I = kU^2$, где U – напряжение на элементе, $k = 0,1\ A / B^2$ – постоянный коэффициент. Определите: 1) напряжения U_H на нелинейных элементах; 2) силы токов, протекающих через диоды.



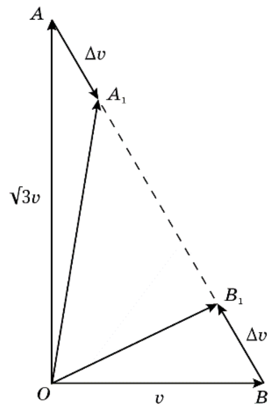


18 января, на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале http://abitu.net/vseros

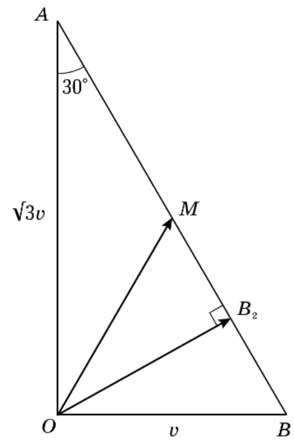
10.1. Просто трение

Возможное решение

Рассмотрим векторы начальных скоростей бруска и фанеры и их изменения за некоторый малый промежуток времени Δt. На рисунке вектор OA соответствует скорости бруска, вектор OB скорости фанеры в начальный момент времени. Векторы изменений их скоростей равны по модулю (так как массы равны) и направлены вдоль вектора их относительной скорости AB (скорость бруска относительно фанеры – вектор AB, а сила трения, действующая на брусок направлена от A к B и наоборот для листа фанеры).



Через время Δt концы векторов новых скоростей OA_1 и OB_1, по-прежнему лежат на AB и силы трения, действующие на тела, по-прежнему направлены вдоль AB. Скорости бруска и фанеры будут изменяться до тех пор, пока не выровняются по величине и направлению, а точки A_1 и B_1 не окажутся на середине AB. Дальнейшее очевидно из геометрии. Скорость бруска уменьшается, пока не достигнет постоянного значения OM, $OM = AB/2 = \upsilon$. Минимальная скорость листа фанеры достигается прежде, чем скорости установятся – длина вектора OB_2 равна $OB_2 = OA\sin 30^\circ = \sqrt{3}\upsilon/2$.



Таким образом, минимальная скорость бруска относительно льда при движении равна υ, а фанеры, соответственно $\sqrt{3}\upsilon/2$.

10.2. Расталкивание

Возможное решение

1. После первого столкновения скорость правого бруска $u_1 = 2m\upsilon/(M+m) = \upsilon/2$, скорость тележки $\upsilon_1 = \upsilon(m - M)/(M+m) = -\upsilon/2$ (из законов сохранения энергии и импульса). Знак минус означает, что тележка начнёт двигаться влево.
2. Из законов сохранения энергии и импульса при столкновении с левым бруском получим, что тележка будет двигаться вправо со скоростью $\upsilon/4$. А скорость правого бруска после второго столкновения с тележкой станет $\upsilon_2 = \upsilon/8 = \upsilon_1/4$. Соответственно $\upsilon_3 = \upsilon_2/4$ и т.д.
3. А) Кинетические энергии правого бруска будут изменяться также в геометрической прогрессии. но с показателем 1/16. Отсюда можно найти полное перемещение правого бруска, а затем и левого.

Б) Можно заметить, что после каждого столкновения отношение кинетических энергий правого и левого брусков остаётся одинаковым и равным 4, тогда $L_{\text{Лев}} = L_{\text{Прав}}/4$. С учётом работы силы трения имеем $m\upsilon^2/2 = \mu Mg\left(L_{\text{Лев}} + L_{\text{Прав}}\right)$, а так как $m = M/3$, то $L_{\text{Прав}} = 2\upsilon^2/(15\mu g)$ и и $L_{\text{Лев}} = \upsilon^2/(30\mu g)$.

10.3. Из глубины...

Возможное решение

Массу пузырька воздуха можно не учитывать, поэтому сила F сопротивления движению равна силе Архимеда F_A: $F = F_A$, или иначе: $kr\upsilon = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$.

Отсюда найдём $\upsilon = \frac{4\pi}{3}\frac{r^2\rho g}{k}$.

В соответствии с законом Бойля-Мариотта (pV = const) запишем:

$$\frac{4\pi}{3}r_0^3\left(p_0+\rho g h_0\right) = \frac{4\pi}{3}r^3\left(p_0+\rho g h\right).$$

Зависимость радиуса пузырька от глубины такова:

$$r = r_0\left(\frac{p_0+\rho g h_0}{p_0+\rho g h}\right)^{1/3}.$$

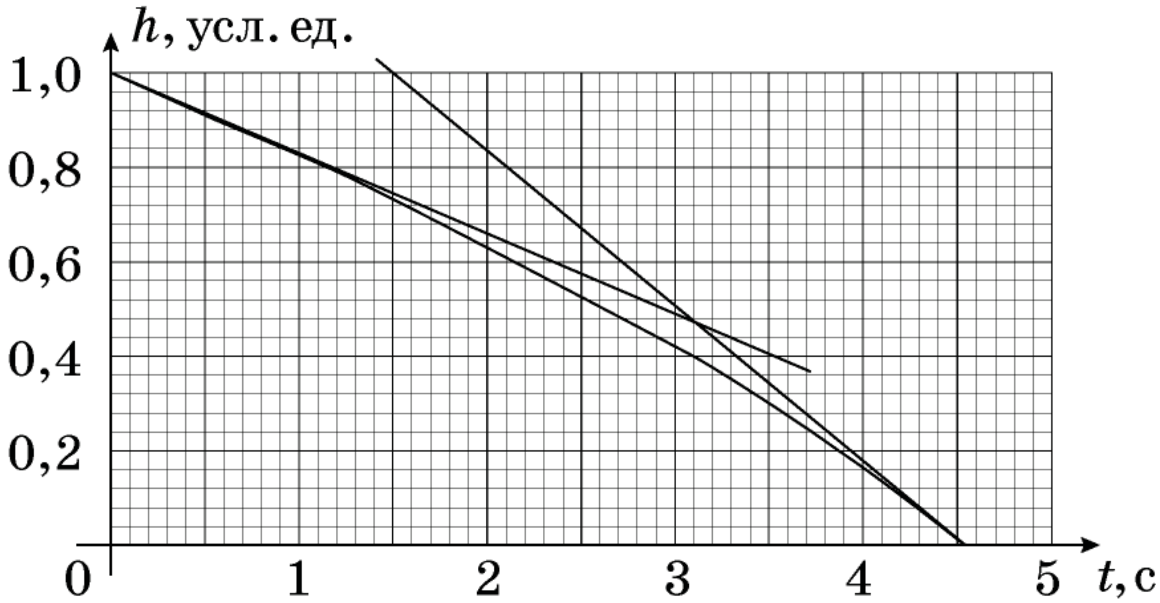
Откуда

$$\upsilon = \frac{4\pi\rho g r_0^2}{3k}\left(\frac{p_0+\rho g h_0}{p_0+\rho g h}\right)^{2/3}.$$

Скорости пузырька вблизи дна $\upsilon\left(h_0\right)$ и у поверхности $\upsilon(0)$ относятся как

$$\frac{\upsilon(0)}{\upsilon\left(h_0\right)} = \left(\frac{p_0+\rho g h_0}{p_0}\right)^{2/3}.$$

Отношение скоростей можно определить через отношение угловых коэффициентов касательных, проведенных к графику зависимости $h(t)$ в соответствующих точках. Для нашего графика (данного в условии)



$$\frac{\upsilon(0)}{\upsilon(h_0)} \approx 1{,}8;$$

$$\frac{p_0 + \rho g h_0}{p_0} \approx 2{,}4;$$

$$h_0 \approx 14 \text{ м.}$$

Для ответа на второй вопрос задачи достаточно заметить, что на любой глубине скорость пузырька, пропорциональна квадрату его начального радиуса. Соответственно, для пузырька с начальным радиусом 0,5 мм скорость будет в четыре раза меньше, чем для пузырька радиусом r_0 = 1 мм, а время движения будет в четыре раза больше, то есть примерно 18 с.

При ответе на третий вопрос задачи найдем радиус пузырька, имевшего r_0 = 1 мм на глубине 14 м, когда он достигнет глубины 10 м.

$$r_0' = r_0 \left(\frac{p_0 + \rho g h_0}{p_0 + \rho g h} \right)^{1/3} = r_0 \left(\frac{24}{20} \right)^{1/3}$$

Такой же пузырек в соответствие с графиком движется от глубины 10 м до поверхности t' = 2,9 с. Пузырек, имеющий на этой глубине радиус r_0 = 1 мм будет двигаться в $\left(\frac{r_0'}{r_0} \right)^2$ раз медленнее, то есть достигнет поверхности за время

$$t = t' \left(\frac{r_0'}{r_0} \right)^2 \approx 3{,}3 \text{ с.}$$

10.4. Частичный нагрев

Возможное решение

1. Пусть S сечение цилиндров, ν полное число молей газа, R газовая постоянная. Из уравнения состояния идеального газа для начальной ситуации имеем: $2p_oSL = \nu RT_o$.
2. При открытом вентиле давление газа слева и справа одинаково, обозначим его p.
3. Из уравнения состояния в применении к каждому цилиндру при открытом вентиле и разных температурах имеем: $pSL = \nu_1 RT_o$; $pSL = \nu_2 RT$, где ν_1 и ν_2 число молей слева и справа.
4. Так как суммарное число молей неизменно, то $\nu = \nu_1 + \nu_2$.
5. Отсюда выражаем давление $p = 2p_oT/(T + T_o)$.
6. После закрытия вентиля число молей газа слева и справа остаются прежними. В конце температура везде T_o, а объёмы газа слева и справа соответственно $(L + h)S$ *и* $(L – h)S$.
7. Разница давлений газа при перепаде уровней $p_1 – p_2 = 2\rho gh$.
8. Выразим давления через уравнение состояния и предыдущие соотношения:
   $\nu_1 RT_o/(L + h)S - \nu_2 RT_o/(L – h)S = pL/(L + h) – pLT_o/T(L – h) = 2\rho gh$.
9. Подставив $p = 2p_oT/(T + T_o)$ получим уравнение для искомой T:
   $p_oLT/(T + T_o)(L + h) – p_oLT_o/(T + T_o)(L - h) = \rho gh$.
10. Откуда $T = T_o(L + h)(p_oL + \rho gh(L – h))/(L – h)(p_oL – \rho gh(L + h))$.

10.5. Нелинейная электрическая цепь

Возможное решение

Каждый диод может быть открыт или закрыт. Всего возможны три варианта:

а) оба диоды закрыты;

б) один диод закрыт (например, D_1), другой (D_2) отрыт;

в) оба диоды открыты.

Случай (а) $U_{AD} = U_{DC} = U_{CB} = U_{AB} / 3$. $U_{AC} = U_{AD} + U_{DC} > U_0$ – не подходит.

Случай (б) $U_{DB} = 1\ В$; $U_{DC} = U_{CB} = 0,5\ В$; $U_{AC} = 4,5\ В > U_0$ – не подходит.

Случай (в) $U_{AC} = U_{AD} = U_0 = 1\ В$.

$U_1 = U_3 = U_{AB} - U_0 = 4\ В$.

$U_2 = U_{AB} - 2U_0 = 3\ В$.

$I_{D1} = I_{D2} = I_{N3} + I_{N2} = kU_3^2 + kU_2^2 = 2,5\ А$.

10 класс
Критерии оценивания

Задача 1. Просто трение.

1. Утверждение, что силы трения направлены параллельно относительной скорости бруска и фанеры — 1 балл
2. Вывод о том, что направление относительной скорости и сил трения остается неизменным в процессе всего движения — 3 балла
3. Обоснованно получены минимальные скоростей бруска и фанеры по 3 балла — 6 баллов

Примечание. За математические ошибки при верной физической модели, позволяющей получить корректный результат, но допущенной математической ошибке снимается 1 балл.

Задача 2. Расталкивание.

1. Нахождение скоростей после 1-го столкновения — 3 балла
2. Нахождение скоростей после последующих столкновений — 3 балла

3А. Нахождение отношения энергий и перемещений из геометрической прогрессии $L_{\text{Прав}} = 2\upsilon^2/(15\mu g)$ и $L_{\text{Лев}} = \upsilon^2/(30\mu g)$ — 4 балла

3Б. См. решение варианта Б — 4 балла

Баллы за 3А и 3Б не суммируются, это разные варианты решений!

Задача 3. Из глубин...

1. Указано, что из-за малости массы воздуха в пузырьке, можно приравнивать силу сопротивления движению силе Архимеда — 1 балл
2. Получено выражение для связи скорости пузырька с его размером — 1 балл
3. С использованием закона Бойля-Мариотта получено уравнение для связи радиуса пузырька на глубине *h* с начальным размером пузырька и глубиной — 1 балл
4. Получено выражение для зависимости скорости пузырька от начального размера и глубины — 1 балл
5. Обоснованно получен ответ для глубины озера, в пределах 15-25 метров — 2 балла
6. Обоснованно получен ответ для времени всплытия пузырька с радиусом 0,5 мм — 1 балл
7. Идея ответа на третий вопрос задачи через сравнение времен всплытия пузырьков разных радиусов с одной глубины и верный пересчет размера пузырька для глубины 10 м именно для этой цели (1 балл +1 балл) — 2балла
8. Получен обоснованный ответ на третий вопрос задачи в пределах 1,5 - 3,5 секунд — 1 балл

Задача 4. Частичный нагрев.

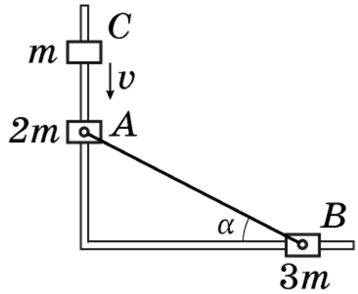
1.	Уравнение состояния для начальной ситуации ($2p_oSL = \nu RT_o$)	1 балл
2.	Равенство давлений при открытом вентиле	0,5 балла
3.	Уравнение состояния в случае разных температур ($pSL = \nu_1 RT_o$; $pSL = \nu_2 RT$)	1 балл
4.	Неизменность суммарного числа молей ($\nu = \nu_1 + \nu_2$)	0,5 балла
5.	Нахождение давления p ($p = 2p_oT/(T + T_o)$)	1 балл
6.	Ситуация после закрытия вентиля и остывания	1 балл
7.	Перепад давлений ($p_1 - p_2 = 2\rho gh$)	1 балл
8.	Уравнения для искомого T	2 балла
9.	Нахождение искомого T (*См. ответ в тексте*)	2 балла

Задача 5. Нелинейная электрическая цепь.

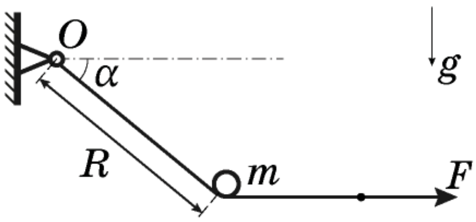
1.	Доказано, что диоды открыты, ток через диоды течет, напряжения на диодах равно 1 В	2 балла
2.	Получено значение напряжения на элементах Н1 и Н3	2 балла
3.	Получено значение напряжения на Н2 с верным указанием направления тока через него или полярности напряжения (при неверно указанной полярности пункт оценивается в 1 балл, то же самое, если направление тока или полярность напряжения вообще не упоминается)	2 балла
4.	Верно найдены токи через все элементы	2 балла
5.	Использовано первое правило Кирхгофа для нахождения тока через диоды	1 балл
6.	Обоснованно получен верный ответ для тока через диоды	1 балл

11 класс

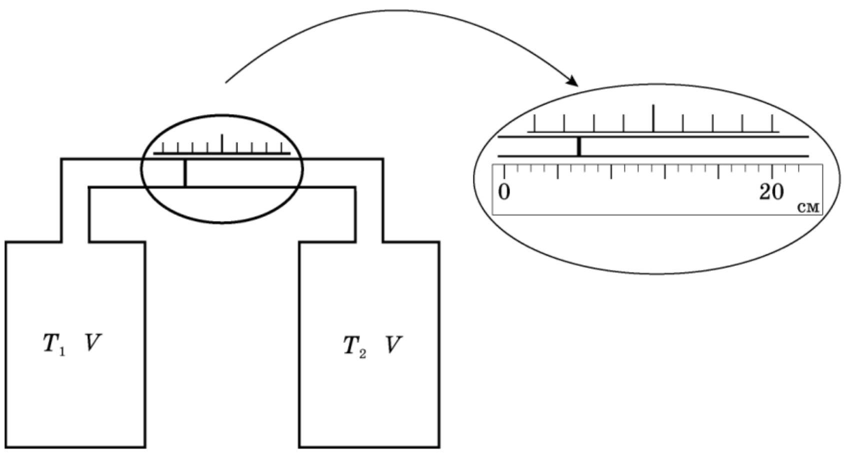
Задача 1. Три муфты. Три муфты (A, B и C) массы которых равны $2m$, $3m$ и m, соответственно, могут скользить без трения по двум горизонтальным направляющим, пересекающимся под прямым углом. Муфты A и B с помощью шарниров соединены с лёгким, жёстким, неупругим стержнем так, что угол между стержнем и направляющей, на которой надета муфта B, равен α. Между муфтой C, движущейся со скоростью v, и покоящейся муфтой A, происходит неупругое столкновение. Определите скорости муфт сразу после соударения.



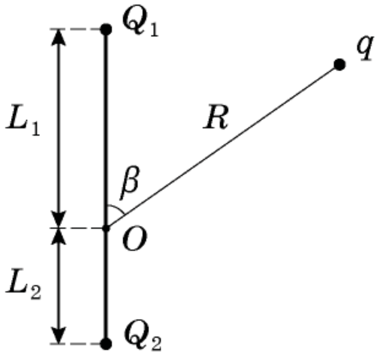
Задача 2. Отрыв цилиндра. Тонкая лёгкая нерастяжимая лента прикреплена к стене в точке O (см. рис.). На ленте удерживают небольшой цилиндр массой m так, что наклонный участок ленты длины R образует угол α с горизонталью. К свободному концу ленты приложили силу F и цилиндр отпустили. Найдите его скорость в момент отрыва от ленты. Сила F все время направлена горизонтально и постоянна по величине. Считайте, что трения нет, ускорение свободного падения равно g.



Задача 3. Дифференциальный термометр. Два одинаковых сосуда с объемами $V = 1{,}0$ л каждый соединены трубкой длиной $L = 300$ см и поперечным сечением $S = 1$ см^2 с небольшим поршнем внутри, который может скользить в ней без трения (см. рис.). Когда температуры газов в сосудах равны $T_0 = 300$ К поршень располагается посередине трубки. При незначительных изменениях температур в сосудах, поршень смещается вдоль шкалы, нанесенной рядом. Перерисовав в тетрадь, проградуируйте эту шкалу (оцифруйте ее деления в градусах Кельвина) чтобы по ней можно было считывать разность температур $\Delta T = T_1 - T_2$ (с учетом знака!). Будет ли эта шкала линейной? На выносном рисунке рядом со шкалой помещена линейка.



18 января, на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале http://abitu.net/vseros



Задача 4. **И так можно измерять.** В точке O к стержню привязана непроводящая нить длиной R с зарядом q на конце. Известный эталонный заряд Q_2 и измеряемый заряд Q_1 установлены на расстояниях L_2 и L_1 от точки O. Все заряды одного знака и могут считаться точечными.

- Найдите величину заряда Q_1, если в состоянии равновесия нить отклонена на угол β от отрезка, соединяющего заряды Q_2 и Q_1.
- Какой величины заряды Q_1 можно измерить таким способом в случае, если $L_1 = 2L_2$, $R = 3L_2$?

Задача 5. Составной конденсатор. Электрическая цепь состоит из катушки индуктивностью L, трёх пластин (1, 2, 3) площадью S и ключа. Расстояние между пластинами равны d и $2d$ (рис. 1). Внешние пластины имеют заряды q и $-q$.

1) Определите максимальную силу тока через катушку после замыкания ключа.

2) Определите максимальную силу тока через катушку после замыкания ключа в случае, если половина пространства между пластинами 1 и 2 заполнена диэлектриком с проницаемостью ε (рис. 2).

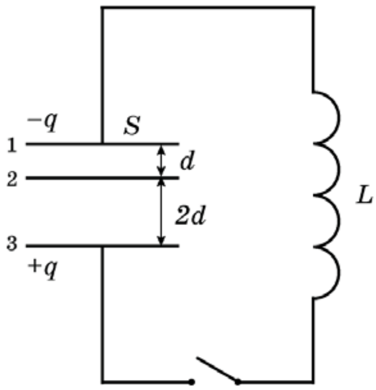


Рис. 1

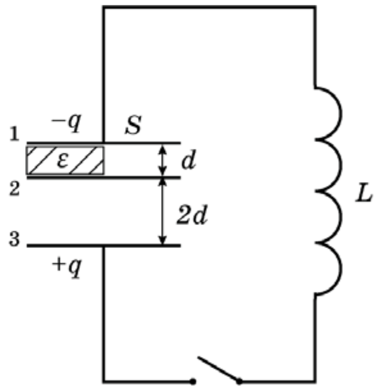


Рис. 2

18 января, на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале http://abitu.net/vseros

11.1. Три муфты

Возможное решение

Пусть в результате удара через стержень передаётся импульс p: $p=\int F(t)dt$, где F – сила упругости.

Запишем изменение импульса для муфт A и C:

$$m\upsilon - p\sin\alpha = 3m\upsilon_{AC}.$$

Тогда изменение импульса для муфты B равно

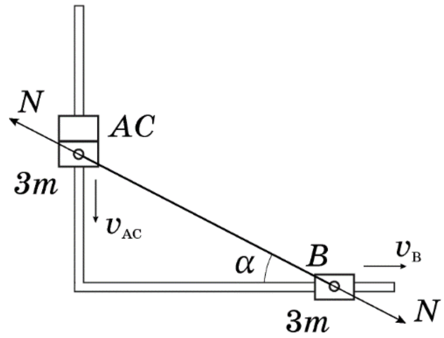
$$p\cos\alpha = 3m\upsilon_B.$$

Из кинематической связи следует: $\upsilon_{AC}\mathrm{tg}\alpha=\upsilon_B$.

Решая полученные уравнения найдём:

$$\upsilon_{AC}=\upsilon\frac{\cos^2\alpha}{3};$$

$$\upsilon_B=\upsilon\frac{\sin(2\alpha)}{6}.$$



11.2. Отрыв цилиндра

Возможное решение

При отсутствии трения натяжение вдоль ленты одинаково по величине и $T = F$ для любого участка ленты.

Если сила давления на ленту со стороны шайбы $\vec{N}$, а $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ натяжения ленты справа и слева от обхватывающего шайбу участка, то $\vec{N}+\vec{T}_1+\vec{T}_2=0$. При пренебрежимо малой массе этого участка сумма векторов сил, приложенных к нему равна нулю.

В момент отрыва шайба от ленты $\vec{N}=0$, а $\vec{T}_1+\vec{T}_2=0$. Так как натяжение направлено вдоль ленты, то отрыв цилиндра от ленты происходит в момент, когда вся лента становится горизонтальной.

При переходе в горизонтальное положение свободный конец ленты смещается по горизонтали на $x=R(1-\cos\alpha)$ и работа силы F, приложенной к этому концу, $A=Fx=FR(1-\cos\alpha)$.

Эта работа идёт на приращение механической энергии цилиндра:

$$A=FR(1-\cos\alpha)=m\upsilon^2/2+mgR\sin\alpha, \text{ откуда } m\upsilon^2/2=R\left[F(1-\cos\alpha)-mg\sin\alpha\right],$$

$$\text{или } \upsilon=\sqrt{2R\left[F(1-\cos\alpha)/m-g\sin\alpha\right]}.$$

Ответ имеет смысл если подкоренное выражение положительно.

11.3. Дифференциальный термометр

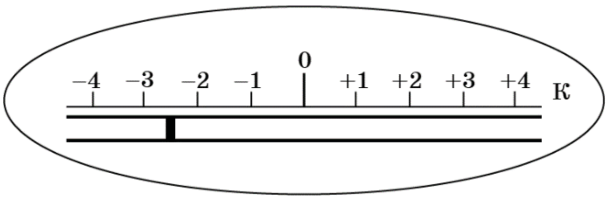
Возможное решение

Для начального состояния газов в сосудах можно записать уравнение Менделеева-Клапейрона: $\frac{p_0(V+LS/2)}{T_0}=\nu R$, здесь p_0 – давление газа вначале, а $V_0=V+LS/2$.

Если температура в левом сосуде повысится на ΔT_1, а в правом понизится на ΔT_2 и поршень сместится влево на ΔL, то новые уравнения состояния примут вид: $\frac{p(V_0+\Delta LS)}{T_0+\Delta T_1}=\nu R$ и $\frac{p(V_0-\Delta LS)}{T_0-\Delta T_2}=\nu R$. Приравнивая левые части с учетом $\Delta LS << V$, получим: $\Delta L=\frac{V_0(\Delta T_1+\Delta T_2)}{2ST_0}$, откуда, учитывая, что $\Delta T = \Delta T_1 + \Delta T_2$, окончательно $\Delta L=\frac{V_0\Delta T}{2ST_0}$. Из выведенного уравнения следует, что при малых изменениях температур сосудов малые смещения поршня связаны линейно с разностью температур ΔT.

Заметим, что 4-м делениям шкалы термометра соответствует 9 см. Следовательно, цена деления шкалы $\Delta T^{дел}=\frac{2ST_0\Delta L_1}{V+LS/2}\approx$1,2 К.

Таким образом, шкала термометра, показывающего разность температур T_1–T_2 должна выглядеть так:

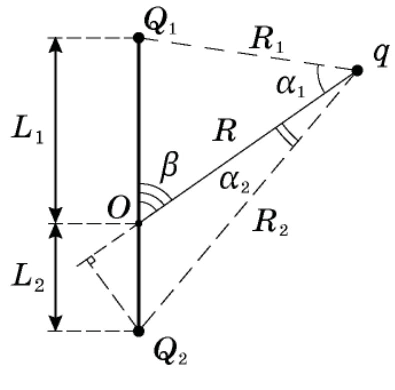


11.4. И так можно измерять

Возможное решение

Условие равновесия заряда на конце нити: равенство нулю суммы кулоновских сил со стороны Q_1 и Q_2 и натяжения нити, направленного к точке O.

Исключим натяжение, рассмотрев составляющие кулоновских сил, поперечные нити. Из условия равновесия следует



$$\frac{Q_1\sin\alpha_1}{R_1^2}=\frac{Q_2\sin\alpha_2}{R_2^2}, \quad (1)$$

где R_1 и R_2 расстояния от конца нити до зарядов, а α_1 и α_2 углы, образуемые кулоновскими силами с нитью.

Поскольку $R_1\sin\alpha_1=L_1\sin\beta,\ R_2\sin\alpha_2=L_2\sin\beta$ (2)

и $\frac{Q_1L_1}{R_1^3}=\frac{Q_2L_2}{R_2^3}$, то $Q_1=Q_2\left(\frac{L_2}{L_1}\right)\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3$ (3)

Из теоремы косинусов находим $R_1^2 = R^2 + L_1^2 + 2RL_1\cos\beta,\ R_2^2 + L_2^2 + 2RL_2\cos\beta$, (4)

Откуда находим $Q_1 = Q_2\left(\frac{L_2}{L_1}\right)\left(\frac{R^2 + L_1^2 - 2RL_1\cos\beta}{R^2 + L_2^2 + 2RL_2\cos\beta}\right)^{3/2}$ (5)

При нити, отклонённой от прямой, соединяющей заряды Q_1 и Q_2, равновесие устойчиво так как с изменением β возникнет возвращающая сила. При $\beta = 0$ и 180° равновесие будет при любом Q_1, но оно не обязательно устойчиво.

Минимальный измеримый заряд Q_{min} достигается при стремлении β к 0, а максимальный Q_{max} – к 180°. (6)

При указанных в условии значениях $L_1 = 2L_2,\ R = 3L_2$ получим, что при $Q_{min} = \frac{1}{128}Q_2$ и $Q_{max} \geq \frac{10^3}{128}Q_2 = \frac{125}{16}Q_2$. (7)

Более компактная запись решения получается, если задачу решать в векторном виде.

11.5. Составной конденсатор

Возможное решение

1) Три пластины представляют собой два последовательно соединённых конденсатора емкостью $C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d},\ C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}$. Заряд на обоих конденсаторах равен q. Ёмкость эквивалентного конденсатора $C_{Экв} = \frac{\varepsilon_0 S}{3d}$.

Запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{q^2}{2C_1} + \frac{q^2}{2C_2} = \frac{LI_{max}^2}{2}. \quad (1)$$

Из записанных уравнений найдём $I_{max} = q\sqrt{\frac{3d}{\varepsilon_0 SL}}$.

2) Верхний конденсатор можно представить как два, соединённых параллельно: $C_{11} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S/2}{d},\ C_{12} = \frac{\varepsilon_0 S/2}{d}$. Их суммарная емкость $C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}(1+\varepsilon)$.

В рассматриваемом случае закон сохранения выглядит так же как (1). После подстановки в него выражений для C_{11} и C_{12}, получим:

$$I_{max} = q\sqrt{\frac{2d}{\varepsilon_0 SL}\frac{2+\varepsilon}{1+\varepsilon}}.$$

11 класс
Критерии оценивания

Задача 1. Три муфты

1.	Идея связи изменения импульсов шайб на разных стержнях с проекцией силы реакции стержня	2 балла
2.	Получено соотношение для изменения импульсов шайб $\Delta p_{AC} = \Delta p_B \mathrm{tg}\alpha$	2 балла
3.	Получено соотношение для связи υ_{AC} и υ_B	2 балла
4.	Обоснованно получен верный ответ для υ_{AC}	2 балла
5.	Обоснованно получен верный ответ для υ_B	2 балла

Задача 2. Отрыв цилиндра

1.	Отмечено, что $\vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$	1 балл
2.	Показано, что, отрыв цилиндра от ленты происходит в момент, когда вся лента принимает горизонтальное положение	1 балл
3.	Найдено смещение конца ленты к моменту отрыва цилиндра	2 балла
4.	Найдена работа A силы F к моменту отрыва цилиндра от ленты	2 балла
5.	Отмечено, что работа A пошла на приращение механической энергии цилиндра	1 балл
6.	Записан закон сохранения механической энергии	2 балла
7.	Получено выражение для скорости цилиндра	1 балл

Задача 3. Дифференциальный термометр

1.	Уравнения состояния для новых температур сосудов	2 балла
2.	Связь между смещением поршня и разностью температур	3 балла
3.	Вывод о линейности шкалы	1 балл
4.	Определение цены деления шкалы термометра	2 балла
5.	Рисунок с оцифрованной шкалой	2 балл

Задача 4. И так можно измерять

1.	Условие равновесия заряда на конце нити (условие (1))	2 балла
2.	Установлены тригонометрические соотношения (2)	1 балл
3.	Получено выражение (3)	1 балл
4.	Получено выражение (4)	1 балл
5.	Получено выражение (5)	2 балла
6.	Записано условие устойчивости равновесия	1 балл
7.	Получен ответ (7)	2 балла

Задача 5. Составной конденсатор

Случай (1)

1.	Записан закон сохранения энергии	2 балла
2.	Получено выражение для максимума силы тока	2 балл
3.	Найдена максимальная сила тока	1 балл

Случай (2)

4.	Записан закон сохранения энергии	2 балла
5.	Получено выражение для максимума силы тока	2 балл
6.	Найдена максимальная сила тока	1 балл